



第3回仙台保型形式小集会

「保型形式, 代数幾何, (保型) 微分作用素, 頂点作用素代数」

代表: 山内 卓也 (東北大学)

日程: 2024年2月3日(土) - 4日(日)

場所: 東北大学 青葉山キャンパス 数学棟 209 講義室
対面開催

2月3日(土)

9:40 - 9:45 オープニングの挨拶

9:45 - 10:45 **木村 昭太郎** (早稲田大学基幹理工学部)

タイトル: 保型微分方程式と不変式論

アブストラクト: 保型微分方程式とは、解空間がモジュラー不変性を満たす微分方程式である。金子、Zagier 氏らにより、楕円モジュラー形式に対する保型微分方程式 (Kaneko-Zagier 方程式) が導入された。この方程式の多変数モジュラー形式への一般化が、正則ヤコビ形式の場合が喜友名氏により、歪正則ヤコビ形式の場合が講演者によって与えられている。これらは頂点作用素代数の分類や、楕円種数などへの応用がある。一方、有限群の不変式とモジュラー形式の間に対応があることが知られている。特に、いくつかのユニタリ鏡映群の不変式環は楕円モジュラー形式環と同型になる。本講演では上で述べた同型を用いて Kaneko-Zagier 方程式の不変式環における対応物 (不変微分方程式) を考察する。不変微分方程式の斉次多項式解のほとんどは超幾何関数を用いて記述できることがわかる。更に、これらを用いて上で述べたモジュラー形式に対する保型微分方程式のモジュラー形式解を構成できることを紹介する。

11:00 - 12:00 **堀永 周司** (NTT)

タイトル: Sp_4 のユニタリ最高ウェイト表現上での $SL_2 \times SL_2$ 部分表現の明示的構成

アブストラクト: Sp_4 のユニタリ最高ウェイト表現への $SL_2 \times SL_2$ の既約表現の埋め込みを考える。Hom 空間の次元は高々 1 であり、いつ Hom 空間が非消滅であるかはよく知られているが、絡作用素を明示的に与えることは非自明である。本講演では、微分作用素を用いた明示的な表示がいくつか得られたのでそれを報告する。また、保型形式と微分作用素の関わりについて述べ、期待される保型形式サイドでの応用について議論する。

14:20 – 15:20 前田 洋太

タイトル: Extendability of the period maps on $\mathcal{M}_{0,n}$

アブストラクト: モジュライ空間上の周期写像がいつ境界上で定義されるのか、言い換えればモジュライ空間の境界にどのようなモジュライ理論的解釈を与えられるのかという問題を考える。この問題は例えば曲線のモジュライ空間 \mathcal{M}_g の場合は Mumford, Namikawa, Alexeev, Birkenhake, Hulek らによって研究されており、コンパクト化の取り方によって複雑な様相を呈している。以下では配置空間 $\mathcal{M}_{0,n}$ を考察する。この場合は、I型領域の算術商に周期写像を持つことが知られている。近年、適切なブローアップを通してトロイダルコンパクト化にこの周期写像が伸びることが示された。本講演では超楕円曲線のモジュライ空間を含む、 $\mathcal{M}_{0,n}$ の対称群による商を考える。この状況で、Deligne-Mostow 理論に現れる全ての多様体について、上記の結果が成り立たないことを示す。本研究は Klaus Hulek 氏との共同研究に基づく。

15:35 – 16:35 永野 中行 (金沢大学)

タイトル: 多変数テータ関数と K3 曲面の周期を介した複素鏡映群の研究の可能性について

アブストラクト: 古典的な楕円曲線の変形の研究では、楕円曲線の周期写像の逆対応を考えることでモジュラー形式を構成します。講演者は今までの研究でこの現象の拡張を目指し、楕円曲線の 2次元版ともいえる K3 曲面の変形を考え、K3 曲面の周期を用いて幾つかの場合に多変数モジュラー形式を明示的に構成しました。その結果、K3 曲面の周期由来のモジュラー形式が、テータ関数と鏡映群の不変式で具体的に捉えられる事例を複数確認することができております。今回の講演では、楕円曲線の周期とテータ関数の関係をはじめに紹介し、楕円曲線や Kummer 曲面のような典型的な場合と比較しながら、Hermitian モジュラー形式が階数 5 の例外型複素鏡映群と関係する状況を具体的に紹介する予定です。

16:50 – 17:50 馬 昭平 (東京工業大学)

タイトル: ベクトル値直交型モジュラー形式

アブストラクト: 直交群 $O(2, n)$ に対するスカラー値のモジュラー形式の研究は 1990 年代から活発になり、ポーチャーズ積やマース型リフトの理論などが発展してきました。一方でスカラー値の理論はある意味 $O(2)$ の部分しか利用しておらず、残りの非アーベル部分 $O(n)$ はいわば眠れるお宝でした。ここを利用するのがベクトル値モジュラー形式です。直交型モジュラー多様体のコホモロジーや双有理不変量、K3 曲面の高次チャウサイクルとの関係などに目を向けた時、ベクトル値モジュラー形式は自然に登場するものです。しかしこれまで組織的な研究は行われてきませんでした。最近 $O(2, n)$ のベクトル値モジュラー形式の基礎理論の整備に取り組んでいますので、それについてお話ししたいと思います。

2月4日(日)

10:00 – 11:00 **境 優一** (久留米工業大学)

タイトル: Modular linear differential equations and vertex operator algebras

アブストラクト: Modular linear differential equations (MLDEs) appear in the contexts of supersingular elliptic curves and vertex operator algebras. In particular, it is well-known that the classification of characters of 2d-CFT is completed by using MLDEs and the relation of modular forms. In this talk, we give several classifications of character-type functions by using MLDEs and their related modular forms under some conditions.

11:15 – 12:15 **宮本 雅彦** (筑波大学)

タイトル: 頂点作用素代数とモジュラー不変性

アブストラクト: この講演を通して、頂点作用素代数に現れる色々なタイプのモジュラー不変性を紹介していく。頂点作用素代数におけるモジュラー不変性を持つ関数は代数構造や次数加群への作用から生じており、第一義的に形式的な関数として定義されている。そのため、複素関数としてとらえる立場とは別の視点を持つことができる。また、最近の研究の進展により、モジュラー不変性を保つ頂点作用素代数の変形理論も色々見つかっており、それらについても紹介していく。

14:30 – 15:30 **伊吹山 知義** (大阪大学)

タイトル: Differential operators on automorphic forms, special functions, and arithmetic applications.

アブストラクト: A theory of differential operators on automorphic forms which preserve automorphy after restrictions of the domains have a long history and turned out to include a nice theory of special functions. We will give rough outline on results since 1990 (partly a joint work with D. Zagier) and explain several arithmetic applications, such as special values of L functions.

15:45 – 16:45 吉岡 康太 (神戸大学)

タイトル: アーベル曲面上の安定ベクトル束

アブストラクト: アーベル曲面上の安定ベクトル束のモジュライ空間は、半等質ベクトル束のモジュライ間の導来圏同値や正則シンプレクティック構造など向井の基礎研究を踏まえ、いろいろな性質が研究されてきた。これらのうち、モジュライ空間の双有理構造について、これまでに分かったことを説明したい。

17:00 – 18:00 中島 啓 (IPMU)

タイトル: S -dual varieties and Coulomb branches

アブストラクト: S -dual varieties は、もともと物理学者の Gaiotto-Witten による $N=4$ SYM 理論の境界条件の S -双対性に基づくものであるが、Braverman-Finkelberg との共同研究のクーロン枝の構成を利用することで、少なくとも余接束のときには数学的に定義できる。 S -dual varieties は Ben-Zvi, Sakellaridis, and Venkatesh が提唱している relative Langlands duality に現れるシンプレクティック多様体のペアを実現するものと考えられている。この講演では、 S -dual varieties の紹介をする予定である。