第２回仙台保型形式小集会「π_∞」

代表：山内　卓也 (東北大学)

日程：２０２３年２月４日（土） – ６日（月）
場所: 東北大学 青葉山キャンパス 数学棟 209 講義室
対面による開催 (ただし, 会場の収容人数に制限を設けることご了承ください)

２月４日 (土)

9:30 – 9:35 オープニングの挨拶

9:40 – 10:40 **廣恵 一希 (Kazuki Hiroe)** (千葉大学)

タイトル: ブレイド群の表現と Katz のミドルコンボリューション

アブストラクト：Katz のミドルコンボリューションとは複素数平面から n 点，あるいは Riemann 球面から n+1 点除いた空間上の複素局所系の間の変換であり，超幾何関数の Euler 型積分表示式の一般化として定義された．一方全く別の文脈で，Long-Mood 構成とよばれるブレイド群の誘導表現の構成法が知られており，Burau 表現，Gassner 表現，Lawrence-Krammer-Bigelow 表現などブレイド群の重要な表現たちが，この誘導表現を通して 1 次元表現から構成できることが知られている．本講演では Katz のミドルコンボリューションの局所系係数ホモロジーを用いた定式化を考え，この定式化を通してミドルコンボリューションとブレイド群の表現の Long-Moody 構成が自然に統一されることを解説する．またこれによりミドルコンボリューションが一部の超平面配置の補空間などを含む様々な空間上の局所系の変換を与えることを説明する．(千葉大学の根上春氏との共同研究)

11:00 – 12:00 **前田 洋太 (Yota Maeda)** (ソニーグループ株式会社・京都大学)

タイトル: Several compactifications of the moduli space of 8 points on $\mathbb{P}^1$

アブストラクト：Deligne-Mostow 理論により，順序なし 8 点のモジュライ空間ととある 5 次元ボール商との間の同型写像 $\mathcal{M}^{\mathrm{GIT}} \to \overline{\mathbb{B}^5/\Gamma}^{\mathrm{BB}}$ が存在するが，これが Kirwan ブローアップ $\mathcal{M}^{\mathrm{K}}$ とトロイダルコンパクト化 $\overline{\mathbb{B}^5/\Gamma}^{\mathrm{tor}}$ にリフトしないことを示した．またより強く，それは同じ点でのブローアップでありなおかつ同じコホモロジーをもつにも関わらず K-同値でないことを示した．これは cubic surface のモジュライ空間に対する Casalaina-Martin-Grushevsky-Hulek-Laza による結果の類似であり，Gallardo-Kerr-Scheffler による，順序付きの場合には Kirwan ブローアップとトロイダルコンパクト化が同型になるという定理と対照的である．本講演は Klaus Hulek 氏との共同研究に基づく。

14:30 – 15:30 **堀永 周司 (Shuji Horinaga)** (NTT)

タイトル: Cuspidal components of Siegel modular forms for large discrete series representations of $\mathrm{Sp}_4(\mathbb{R})$.

アブストラクト：非正則な保型形式の尖点成分の研究は, 概正則保型形式を除いて十分に進展しているとは言い難い. 本講演では, Sp_4 上の large discrete series representation を生成する保型形式の尖点成分やそれのなす構造を, large discrete series representation の退化ホイッタッカー関数の明示式を通じて考察する. 本講演の内容は成田氏との共同研究に準ずる.

16:00 – 17:00 **成田 宏秋 (Hiroaki Narita)** (早稲田大学)

タイトル: Automorphic forms generating quaternionic discrete series

アブストラクト：Gross と Wallach によって導入された quaternionic discrete series(QDS) は、離散系列表現の中でも一番扱いやすい正則離散系列表現 (HDS) の次に扱いやすいと考えられている既約ユニタリー表現である。QDS を生成する保型形式は正則関数で以って実現できないが、正則保型形式 (HDS を生成する保型形式) に近い振舞をすることがある興味深い対象である。　この講演では、Gross-Gan-Savin の結果や最近の Pollack の興味深い成果、そして四元数ユニタリー群の場合の荒川恒男先生による結果を概説し、講演者によって過去に得られた結果や最近の進展について紹介する。

2 月 5 日 (日)

10:00 – 11:00 **宮崎 直 (Tadashi Miyazaki)** (北里大学)

タイトル: $\mathrm{GL}_n \times \mathrm{GL}_{n-1}$ の Rankin–Selberg L 関数の臨界値の代数性および整性について I

アブストラクト：コホモロジーを用いる手法によって，Raghuram，Shahidi 等は $\mathrm{GL}_n \times \mathrm{GL}_{n-1}$ の Rankin–Selberg L 関数の臨界値の代数性についての研究結果を得ている。本講演では，極小 $\mathrm{U}(n) \times \mathrm{U}(n-1)$-タイプにおける $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C}) \times \mathrm{GL}_{n-1}(\mathbb{C})$ の局所ゼータ積分の明示式を用いる計算によって，上記の臨界値の代数性についての研究結果のアルキメデス部分を精密化できることを紹介したい。本講演の内容は原隆氏（津田塾大学），並川健一氏（東京電機大学）との共同研究に基づくものであり，本研究集会での原隆氏の講演のアルキメデス部分の解説にあたる。

11:20 – 12:20 **原 隆 (Takashi Hara)** (津田塾大学)

タイトル: $\mathrm{GL}_n \times \mathrm{GL}_{n-1}$ の Rankin–Selberg L 関数の臨界値の代数性および整性について II

アブストラクト：$\mathrm{GL}_n \times \mathrm{GL}_{n-1}$ の Rankin-Selberg L 関数の臨界値の代数性は，Raghuram, Shahidi，Li–Liu–Sun 等によって，コホモロジーを用いた手法により解析されている．本講演では，基礎体が総虚代数体である場合に，Gel'fand–Tsetlin 基底の理論を用いて $(\mathfrak{g}, K)$-コホモロジーを詳細に解析することで，上記の臨界値の代数性についての研究結果を精密化し，さらに p 進整性についても論じることが可能となることを解説する．$(\mathfrak{g}, K)$-コホモロジーの正規化された生成元と，アルキメデス素点での局所ゼータ積分の明示公式に現れる Whittaker 関数 (本研究集会の宮崎直さんの講演で導入されるもの) との関係が明示的に計算できることが証明の鍵となっており, 時間の許す範囲でその概要を紹介したい (宮崎直 [北里大学], 並川健一 [東京電機大学] との共同研究)

15:00 – 16:00 **石井 卓 (Taku Ishii)** (成蹊大学)

タイトル: Generalized spherical functions and archimedean zeta integrals on $\mathrm{GSp}(2, \mathbb{R})$

アブストラクト：2 次非正則 Siegel 保型形式の Fourier 展開に寄与する種々の一般化された球関数（Whittaker 関数、一般化 Whittaker 関数など）の明示公式については、この 30 年余りで多くの人々によって研究が進められ、結果が蓄積されてきた。この $\mathrm{GSp}(2, \mathbb{R})$ 上の一般化された球関数の明示公式、さらにはアルキメデスゼータ積分の具体的な計算への応用についてこれまでに知られている結果を概観する。

16:30 – 17:30 **林 拓磨 (Takuma Hayashi)** (大阪大学)

タイトル: A geometric construction of $\mathbb{Z}[1/2]$-forms of $A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$-modules

アブストラクト：$A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$ 加群は非自明な $(\mathfrak{g}, K)$ コホモロジーを持つ既約ユニタリ $(\mathfrak{g}, K)$ 加群として特徴づけられる (Vogan–Zuckerman の定理)．保型表現論においてはコホモロジー的尖点的保型表現の無限素点部分として現れる．
実簡約 Lie 群の表現論では $A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$ 加群の構成方法はいくつか知られている．そのうちの 1 つに部分旗多様体と捻じれ D 加群を使った構成方法がある．私は Fabian Januszewski 氏 (Paderborn 大学) とともに一般の基礎概型上の捻じれ D 加群の理論を構築することで $A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$ 加群の環上のモデルを構成する方法を与えた．また, 実際の構成に現れる部分旗多様体の K 軌道や同変線束の定義環の降下問題を論じることで (ある条件下で) より小さい環上定義・構成できることがわかった．特に連結古典 Lie 群とその極大コンパクト部分群の標準的な $\mathbb{Z}[1/2]$ 形式について $A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$ 加群が $\mathbb{Z}[1/2]$ 上定義されることがあることを突き止めた．本講演では $A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$ 加群の $\mathbb{Z}[1/2]$ 形式の構成の概要を説明する．この講演の大部分は Fabian Januszewski 氏 (Paderborn 大学) との共同研究に基づく．

2月6日(月)

10:00 – 11:00 **北川 宜稔 (Masatoshi Kitagawa)** (早稲田大学)

タイトル: 表現の制限と誘導における重複度の有界性

アブストラクト：実簡約リー群の既約表現を部分群に制限すると一般には既約ではなくなる。その表現の何らかの意味 (直積分分解など) での成分に、その部分群の様々な既約表現が重複度を伴って現れる。特に無重複と呼ばれる、重複度の最大値が 1 になる場合が重要であり、よい幾何的な背景や特殊関数を用いた分岐則の記述などが期待される。小林俊行氏による可視的作用の理論、 Aizenbud–Gourevitch, Sun–Zhu による重複度 1 定理などよい条件下で無重複性が示されている。
そのような背景のもと、本講演ではより弱い条件である重複度の有界性について考える。小林–大島による軌道を使った特徴づけや最近の結果を概観し、講演者の結果について紹介したい。特に、離散系列表現やコホモロジカル誘導表現の場合について詳しくお話ししたい。

11:20 – 12:20 **田森 宥好 (Hiroyoshi Tamori)** (北海道大学)

タイトル: On the existence of a nonzero twisted linear period

アブストラクト：(G, H) を実簡約の対称対、π を Langlands 商を持つような G の放物型誘導表現とする。G の旗多様体の各 H-軌道が π 係数の Schwartz ホモロジーに与える影響を考えることで、適切な条件の下で「π が twisted な H-線形周期を持つならば、誘導する前の表現が Levi 部分群の対称部分群に関して twisted な線形周期を持つ」ことを示す。これは Prasad と Takloo-Bighash の予想のアルキメデス局所体での類似を与える。本講演は鈴木美裕氏（京都大学）との共同研究に基づく。

14:20 – 15:20 **都築 正男 (Masao Tsuzuki)** (上智大学)(オンライン講演)

タイトル: IV 型対称空間上の実新谷関数とその応用

アブストラクト：加藤・村瀬・菅野による p 進体上の不分岐直交群対の不分岐表現に対して定義される新谷関数の研究は、市野・池田による定量的 Gan-Gross-Prasad 予想の定式化において重要な役割を演じた。この講演では、IV 型対称空間の正則自己同型群を被覆する実リー群（直交群）の最高ウェイト表現を生成する新谷関数と関連するポワンカレ級数を導入する。重さが十分大きな 2 次正則ジーゲル保型形式のスピノール L の中心値とベッセル周期の同時非消滅性への応用について述べる。