

令和 6 年度 東北大学 大学院理学研究科 数学専攻 入学試験問題

英語

令和 5 年 8 月 23 日 (16 時 15 分から 17 時まで)

注意事項

- 1) 開始の合図があるまで問題冊子を開けないこと。
- 2) 問題は 2 題ある。全問に解答すること。
- 3) 解答は各問題ごとに指定された解答用紙を用いること。
- 4) 受験番号をすべての解答用紙の ( ) 内に記入すること。また、氏名は書かないこと。
- 5) 問題冊子は、このページを含め全 3 ページである。

1 次の英文を読み、以下の問いに答えよ。

著作権上の制約により、公開していません。

出典: Roger Penrose,  
“The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe”,  
Jonathan Cape, London, 2004.

- (1) 下線部を和訳せよ。
- (2) 文中で著者は公理についてどのように説明しているか、日本語で述べよ。
- (3) 文中で著者は古代ギリシャのピタゴラス学派の人々が証明した幾何学の定理について、今日、どのような論点があると指摘しているか日本語で述べよ。

2 次の文章を英訳せよ。ただし、文中の数式や記号はそのまま使用してよい。

定理  $f$  を集合  $A$  から集合  $B$  への写像とする。  $f$  が全射であるとき、またそのときに限り、  $f \circ s = I_B$  となるような写像  $s: B \rightarrow A$  が存在する。ただし  $I_B: B \rightarrow B$  は  $B$  上の恒等写像とする。

証明  $f \circ s = I_B$  となるような写像  $s: B \rightarrow A$  が存在するならば、任意の  $b \in B$  に対して  $s(b) \in A$  かつ  $f(s(b)) = (f \circ s)(b) = b$  が成り立つので、  $f$  は全射である。逆に  $f: A \rightarrow B$  が全射であるならば、任意の  $b \in B$  に対して  $f^{-1}(b)$  は空ではない。したがって  $A_b = f^{-1}(b)$  とおくと、  $(A_b)_{b \in B}$  は空でない集合からなる集合族となる。ゆえに選択公理により、  $B$  上で定義された写像  $s$  で各  $b \in B$  にある元  $s(b) \in A_b$  を対応させるものが存在する。このとき  $s(b) \in A_b \subset A$  より  $s$  は  $B$  から  $A$  への写像とみなせる。さらに  $s$  は  $f \circ s = I_B$  を満たす。証明終わり。